

数学 コース1 (基本コース)

I

問1 方程式

$$(x-1)^2 = |3x-5| \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を考える。

(1) 方程式 ① の解のうち $x \geq \frac{5}{3}$ を満たす解は $x = \boxed{A}$, \boxed{B} である。

ただし, $\boxed{A} < \boxed{B}$ とする。

(2) 方程式 ① の解は全部で \boxed{C} 個ある。その解のうちで最小のものを α とすると,
 $m-1 < \alpha \leq m$ を満たす整数 m は \boxed{DE} である。

問 2 実数 x, y に関する次の 3 つの条件 (a), (b), (c) を考える。

- (a) $x + y = 5, xy = 3$ を満たす
- (b) $x + y = 5, x^2 + y^2 = 19$ を満たす
- (c) $x^2 + y^2 = 19, xy = 3$ を満たす

(1) 等式 $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - \boxed{\text{F}} xy$ を用いると

条件 (b) のとき $xy = \boxed{\text{G}}$

条件 (c) のとき $x + y = \boxed{\text{H}}$ または $x + y = \boxed{\text{IJ}}$

が得られる。

(2) 次の $\boxed{\text{K}} \sim \boxed{\text{M}}$ には、下の ① ～ ③ のうちから適するものを一つずつ選びなさい。

- (i) (a) は (b) であるための $\boxed{\text{K}}$ 。
- (ii) (b) は (c) であるための $\boxed{\text{L}}$ 。
- (iii) (c) は (a) であるための $\boxed{\text{M}}$ 。

- ① 必要十分条件である
- ② 十分条件であるが、必要条件ではない
- ③ 必要条件であるが、十分条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

II

問 1 5 個の数字 0, 1, 2, 3, 4 を使って 4 桁^{けた}の整数を作る。ただし, 0123 などは 4 桁の整数ではない。

(1) 各桁の数字がすべて異なるものは, 全部で 個ある。このうち, 0 を使わないものは 個ある。

(2) 同じ数字を何度使っても良いことにする。このとき, 4 桁の整数は全部で 個できる。
このうち

(i) 1 と 3 を 2 個ずつ使うものは 個ある。

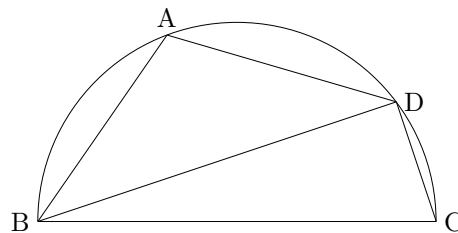
(ii) 0 と 4 を 2 個ずつ使うものは 個ある。

(iii) 2 つの数字を 2 個ずつ使うものは 個ある。

問 2 BC を直径とする半円に、三角形 ABD が図のように内接している。ここで

$$AB=3, BD=5, \tan \angle ABD = \frac{3}{4}$$

とする。このとき、四角形 ABCD の残りの 3 辺 BC, CD, DA の長さ と四角形 ABCD の面積 S を求めよう。



まず、 $\cos \angle ABD = \frac{\boxed{L}}{\boxed{M}}$ であるから、 $DA = \sqrt{\boxed{NO}}$ である。

また、 $\sin \angle ABD = \frac{\boxed{P}}{\boxed{Q}}$ であるから、 $BC = \frac{\boxed{R}}{\boxed{U}} \sqrt{\boxed{ST}}$ であり、

$CD = \frac{\boxed{V}}{\boxed{W}}$ である。

以上より

$$S = \frac{\boxed{XY}}{\boxed{Z}}$$

である。

III

x の 2 次方程式

$$x^2 + 2x - 15 = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

$$2x^2 + 3x + a^2 + 12a = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

を考え、② の解を α, β ($\alpha < \beta$) とおく。このとき、③ が 2 つの実数解 γ, δ をもち

$$\alpha < \gamma < \beta < \delta$$

となるような a の値の範囲を求めよう。

(1) $\alpha = \boxed{\text{AB}}$, $\beta = \boxed{\text{C}}$ である。

(2) $b = a^2 + 12a$ とおくと、 b は条件 $\alpha < \gamma$ より

$$b > \boxed{\text{DEF}}$$

を満たし、条件 $\gamma < \beta < \delta$ より

$$b < \boxed{\text{GHI}}$$

を満たすことがわかる。

したがって、求める a の値の範囲は

$$\boxed{\text{JK}} < a < \boxed{\text{LM}}, \quad \boxed{\text{NO}} < a < \boxed{\text{PQ}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{JK}} < \boxed{\text{NO}}$ とする。

IV

2つの等式

$$x + y - z = 0 \quad \dots\dots\dots ④$$

$$2x - y + 1 = 0 \quad \dots\dots\dots ⑤$$

を同時に満たすすべての x, y, z に対して、等式

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1 \quad \dots\dots\dots ⑥$$

が成り立つとする。このとき、 a, b, c の値を求めよう。

まず、④、⑤ より y, z を x を用いて表すと

$$y = \boxed{A}x + \boxed{B} \quad \dots\dots\dots ⑦$$

$$z = \boxed{C}x + \boxed{D} \quad \dots\dots\dots ⑧$$

となるから、 y, z は x の値によって決まることがわかる。

次に、⑦、⑧ を⑥ に代入して、左辺を x について降べきの順に整理すると

$$(a + \boxed{E}b + \boxed{F}c)x^2 + (\boxed{G}b + \boxed{H}c)x + b + c = 1$$

となる。この等式はすべての x に対して成り立つから、 $x = 0, x = 1, x = -1$ を代入しても成り立つ。
よって

$$\begin{cases} b + c = 1 \\ a + 9b + \boxed{IJ}c = 1 \\ a + b + \boxed{K}c = 1 \end{cases}$$

を得る。よって、これらを a, b, c の連立方程式とみて解くと

$$a = \boxed{L}, b = \boxed{M}, c = \boxed{NO}$$

である。

解答

I										
問 1				問 2						
A	B	C	DE	F	G	H	IJ	K	L	M
2	3	4	-2	2	3	5	-5	0	1	2

II											
問 1						問 2					
AB	CD	EFG	H	I	JK	LM	NO	PQ	RSTU	VW	XYZ
96	24	500	6	3	48	45	10	35	5103	53	263

III					
AB	C	DEF	GHI	JKLM	NOPQ
-5	3	-35	-27	-9 - 7	-5 - 3

IV							
AB	CD	EFGH	IJ	K	L	M	NO
21	31	4946	16	4	6	3	-2

2011.06.18 第二版

2010.11.07 初版

okd

小春論壇 <http://www.xiaochuncnjp.com/>

mone!工作組 <http://monemone.co.de/>