

# 数学 コース1 (基本コース)

I

問1 方程式

$$(x-1)^2 = |3x-5| \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を考える。

(1) 方程式 ① の解のうち  $x \geq \frac{5}{3}$  を満たす解は  $x = \boxed{A}$ ,  $\boxed{B}$  である。  
ただし,  $\boxed{A} < \boxed{B}$  とする。

(2) 方程式 ① の解は全部で  $\boxed{C}$  個ある。その解のうちで最小のものを  $\alpha$  とすると,  
 $m-1 < \alpha \leq m$  を満たす整数  $m$  は  $\boxed{DE}$  である。

問2 実数  $x, y$  に関する次の3つの条件 (a), (b), (c) を考える。

- (a)  $x + y = 5, xy = 3$  を満たす
- (b)  $x + y = 5, x^2 + y^2 = 19$  を満たす
- (c)  $x^2 + y^2 = 19, xy = 3$  を満たす

(1) 等式  $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - \boxed{\text{F}}xy$  を用いると

条件 (b) のとき  $xy = \boxed{\text{G}}$

条件 (c) のとき  $x + y = \boxed{\text{H}}$  または  $x + y = \boxed{\text{IJ}}$

が得られる。

(2) 次の  $\boxed{\text{K}} \sim \boxed{\text{M}}$  には、下の ① ~ ③ のうちから適するものを一つずつ選びなさい。

- (i) (a) は (b) であるための  $\boxed{\text{K}}$ 。
- (ii) (b) は (c) であるための  $\boxed{\text{L}}$ 。
- (iii) (c) は (a) であるための  $\boxed{\text{M}}$ 。

- ① 必要十分条件である
- ② 十分条件であるが、必要条件ではない
- ③ 必要条件であるが、十分条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

II

問 1 5 個の数字 0, 1, 2, 3, 4 を使って 4 桁<sup>けた</sup>の整数を作る。ただし, 0123 などは 4 桁の整数ではない。

(1) 各桁の数字がすべて異なるものは, 全部で  $\boxed{AB}$  個ある。このうち, 0 を使わないものは  $\boxed{CD}$  個ある。

(2) 同じ数字を何度使っても良いことにする。このとき, 4 桁の整数は全部で  $\boxed{EFG}$  個できる。  
このうち

(i) 1 と 3 を 2 個ずつ使うものは  $\boxed{H}$  個ある。

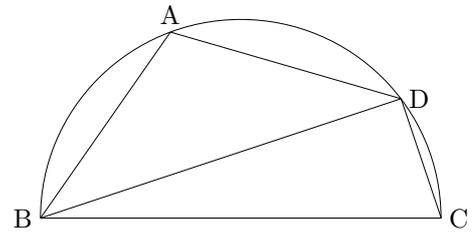
(ii) 0 と 4 を 2 個ずつ使うものは  $\boxed{I}$  個ある。

(iii) 2 つの数字を 2 個ずつ使うものは  $\boxed{JK}$  個ある。

問2 BCを直径とする半円に、三角形ABDが図のように内接している。ここで

$$AB=3, BD=5, \tan \angle ABD = \frac{3}{4}$$

とする。このとき、四角形ABCDの残りの3辺BC, CD, DAの長さとし四角形ABCDの面積 $S$ を求めよう。



まず、 $\cos \angle ABD = \frac{\boxed{L}}{\boxed{M}}$  であるから、 $DA = \sqrt{\boxed{NO}}$  である。

また、 $\sin \angle ABD = \frac{\boxed{P}}{\boxed{Q}}$  であるから、 $BC = \frac{\boxed{R} \sqrt{\boxed{ST}}}{\boxed{U}}$  であり、

$CD = \frac{\boxed{V}}{\boxed{W}}$  である。

以上より

$$S = \frac{\boxed{XY}}{\boxed{Z}}$$

である。

III

$x$  の 2 次方程式

$$x^2 + 2x - 15 = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

$$2x^2 + 3x + a^2 + 12a = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

を考え、 $\textcircled{2}$  の解を  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) とおく。このとき、 $\textcircled{3}$  が 2 つの実数解  $\gamma, \delta$  をもち

$$\alpha < \gamma < \beta < \delta$$

となるような  $a$  の値の範囲を求めよう。

(1)  $\alpha = \boxed{\text{AB}}$ ,  $\beta = \boxed{\text{C}}$  である。

(2)  $b = a^2 + 12a$  とおくと、 $b$  は条件  $\alpha < \gamma$  より

$$b > \boxed{\text{DEF}}$$

を満たし、条件  $\gamma < \beta < \delta$  より

$$b < \boxed{\text{GHI}}$$

を満たすことがわかる。

したがって、求める  $a$  の値の範囲は

$$\boxed{\text{JK}} < a < \boxed{\text{LM}}, \quad \boxed{\text{NO}} < a < \boxed{\text{PQ}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{JK}} < \boxed{\text{NO}}$  とする。

IV

2つの等式

$$x + y - z = 0 \quad \dots\dots\dots ④$$

$$2x - y + 1 = 0 \quad \dots\dots\dots ⑤$$

を同時に満たすすべての  $x, y, z$  に対して, 等式

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1 \quad \dots\dots\dots ⑥$$

が成り立つとする。このとき,  $a, b, c$  の値を求めよう。

まず, ④, ⑤ より  $y, z$  を  $x$  を用いて表すと

$$y = \boxed{A}x + \boxed{B} \quad \dots\dots\dots ⑦$$

$$z = \boxed{C}x + \boxed{D} \quad \dots\dots\dots ⑧$$

となるから,  $y, z$  は  $x$  の値によって決まることがわかる。

次に, ⑦, ⑧ を ⑥ に代入して, 左辺を  $x$  について降べきの順に整理すると

$$(a + \boxed{E}b + \boxed{F}c)x^2 + (\boxed{G}b + \boxed{H}c)x + b + c = 1$$

となる。この等式はすべての  $x$  に対して成り立つから,  $x = 0, x = 1, x = -1$  を代入しても成り立つ。よって

$$\begin{cases} b + \quad \quad c = 1 \\ a + 9b + \boxed{IJ}c = 1 \\ a + b + \boxed{K}c = 1 \end{cases}$$

を得る。よって, これらを  $a, b, c$  の連立方程式とみて解くと

$$a = \boxed{L}, b = \boxed{M}, c = \boxed{NO}$$

である。

解答

I										
問 1				問 2						
A	B	C	DE	F	G	H	IJ	K	L	M
2	3	4	-2	2	3	5	-5	0	1	2

II											
問 1						問 2					
AB	CD	EFG	H	I	JK	LM	NO	PQ	RSTU	VW	XYZ
96	24	500	6	3	48	45	10	35	5103	53	263

III					
AB	C	DEF	GHI	JKLM	NOPQ
-5	3	-35	-27	-9 - 7	-5 - 3

IV							
AB	CD	EFGH	IJ	K	L	M	NO
21	31	4946	16	4	6	3	-2

2010.11.07 初版

okd

小春論壇 <http://www.xiaochuncnjp.com/>

mone!工作組 <http://monemone.co.de/>